

基于前景理论的模拟植物生长算法研究

李磊¹, 刘旂¹, 刘文婧²

(1. 江南大学 商学院, 江苏 无锡 214122; 2. 北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100191)

[摘要] 针对属性值和属性权重均为区间数, 决策者权重未知的多属性群决策问题, 文章提出了一种基于前景理论的群体最优集结算法。文章首先以决策者可承受的心理临界值为参考点, 将属性权重转化为决策者的主观概率权重, 计算各决策者的方案综合前景值向量, 以各决策者对方案前景值的贡献度确定决策者权重; 然后, 将各决策者的方案综合前景值映射到平面直角坐标系中, 利用最小欧式距离的思想, 采用模拟植物生长算法求解群体最优集结信息, 进而根据各方案集结前景值的可能度比较实现方案的排序; 最后, 通过实例验证分析说明了该方法的可行性和有效性。

[关键词] 多属性群决策; 前景理论; 模拟植物生长算法; 最小欧氏距离

[中图分类号] N945

[文献标识码] A

[文章编号] 1671-6973(2019)01-0092-08

一、引言

多属性群决策研究一个群体如何在集结决策者个体偏好信息的基础上, 形成群体一致性的偏好序, 并根据问题的属性对备选方案进行排序的问题^[1], 其在政治、经济、军事、科技和文化等方面具有广泛的指导意义和实践价值。在多属性群决策中, 不同背景知识的决策者提供不同的决策信息, 探寻有效的信息集结方法便成为其研究重点。然而, 在现实背景下, 由于人类思维的局限性、客观事物的模糊性及决策环境的复杂性, 方案的属性值及属性权重以区间数形式表达决策者偏好, 更符合行为人有限认知的特征。因此, 必须采用恰当的决策规则和信息集结方法达到群体最优, 使决策更科学、有效、民主。

目前, 多属性群决策的信息集结问题越来越引起学术界的广泛关注, 并取得了丰富的研究成果。例如: 陈振颂等(2014)针对决策者之间、属性之间分别存在关联关系的多属性群决策问题, 利用加权ITFB(Intuitionistic Trapezoidal Fuzzy Bonferroni)平均算子集结各决策者的决策矩阵, 提出改进群体

MUTIMOORA 决策方法。^[2] Wu 等(2016)采用区间二元模糊等价聚类分析和加权几何平均算子解决多属性群决策问题。^[3] Bayram 等(2016)基于TOPSIS和蒙特卡洛仿真技术, 提出多属性群决策问题的概率统计方法, 并将实数矩阵集结成为三角矩阵。^[4] Joshi 等(2016)在区间直觉犹豫模糊环境下研究决策属性相关联的多属性群决策问题, 将Choquet积分算子与TOPSIS结合, 运用区间直觉犹豫模糊Choquet积分(IVIHFCEI)算子实现信息集结。^[5] 越来越多的研究成果不断完善多属性群决策理论与方法, 但当前的群决策信息集结方法主要是基于期望效用理论, 即假设决策者完全理性。然而在不确定的环境下, 决策者会面临一定的风险, 并表现出主观的风险偏好, 例如: Allais悖论和Ellsberg悖论^[6]。因此, Simon于1947年提出人的“有限理性”,^[7]在此基础上, Kahneman和Tversky于1979年提出著名的前景理论(Prospect theory), 表明风险条件下的决策分析受决策者心理行为的影响。^[8-9] 鉴于此, 考虑决策者的心理行为进行群决策信息集结, 将为决策者提供有效的决策支持。

[收稿日期] 2018-11-20

[基金项目] 国家自然科学基金(71671022); 教育部人文社会科学研究规划基金项目(17YJAZH041); 辽宁省社会科学基金重点项目(L15AGL019)。

[作者简介] 李磊(1959—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 博导, 研究方向: 群决策的理论及方法; 刘旂(1994—), 女, 山东菏泽人, 硕士研究生, 研究方向: 群决策的理论及方法; 刘文婧(1991—), 女, 河南新乡人, 博士研究生, 研究方向: 群决策的理论及方法。

近年来,前景理论在决策领域中的研究已经引起国内外学者的重视,高建伟等(2014)提出了基于前景理论的区间直觉模糊多准则决策方法,并通过记分函数将区间直觉模糊数转化为实数。^[10]李鹏等(2014)研究前景理论和新直觉模糊距离解决了随机决策问题。^[11]Liu等(2014)针对突发事件应急响应的风险决策,提出了一种基于累积前景理论的决策方法。^[12]Qin等(2015)针对区间二元模糊多属性决策问题,研究基于前景理论的扩展 VIKOR 方法。^[13]Peng等(2017)提出基于前景理论的区间值模糊软集算法,用以解决随机多属性决策问题。^[14]Fan等(2013)考虑到属性的期望水平,研究了基于前景理论的多属性决策方法。^[15]闫书丽等(2014)研究了一种基于前景理论的群体灰靶决策问题,并采用加权求和方法集结决策者信息。^[16]这些研究表明,基于前景理论的决策更符合决策者的行为。

但是,将前景理论应用在多属性群决策问题中的研究极少^[16,17],前景理论真实反映决策者个体的行为,只有集结不同决策者的偏好信息进行群体决策才具有普遍意义。同时,在实际的决策问题中,由于问题的复杂性和不确定性,事先精确化方案的属性权重往往比较困难,所以,用区间数来表示概率能更好地描述决策问题。基于以上分析,本文研究属性值和属性权重均为区间数的多属性群决策问题,尝试提出一种基于前景理论的群体最优集结方法。该方法首先以决策者可承受的心理临界值为参考点,计算各决策者心理感受的相对收益和损失,然后根据主观概率权重得出方案的综合前景值;在对比分析现有信息集结方法的基础上,提出了一种新的群决策集结方法——模拟植物生长算法,该算法是以植物向光性理论为启发式准则的智能算法,是利用人工植物在给定初始点集解空间的生长过程中得到的最优集结;最后分析该集结算法的优越性。此方法能更充分利用决策者的真实行为信息,为解决多属性群决策问题提供一种更加合理的途径。

二、区间数及前景理论

(一)区间数

定义 1^{[18]311} 设 $a = [a^L, a^U] = \{x \mid a^L \leq x \leq a^U\}$, 则称 a 为区间数。当 $a^L = a^U$ 时, a 为一个实数。

定义 2^{[18]311} 设 $a = [a^L, a^U]$ 和 $b = [b^L, b^U]$ 为两个区间数,那么

$$d(a, b) = \frac{1}{2} (|a^L - b^L| + |a^U - b^U|) \quad (1)$$

$d(a, b)$ 被称为 a 和 b 之间的距离。

定义 3^[19] 设 $a = [a^L, a^U]$ 和 $b = [b^L, b^U]$ 为两个区间数,并且, $l_a = a^U - a^L$, $l_b = b^U - b^L$, 则

$$p(a \geq b) = \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{b^U - a^L}{l_a + l_b}, 0 \right), 0 \right\} \quad (2)$$

$p(a \geq b)$ 被称为 a 和 b 之间的可能度,当 $0.5 \leq p(a \geq b) \leq 1$ 时, $a \geq b$, 否则 $a < b$ 。且存在 $p(a \geq a) = 0.5$, $p(a \geq b) + p(a \leq b) = 1$ 。

假设有 n 个区间数 $a_i = [a_i^L, a_i^U]$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 那么 n 个区间数之间的排序为

$$p(a_i \geq a_j) = \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{a_j^U - a_i^L}{l_{a_i} + l_{a_j}}, 0 \right), 0 \right\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

(二)前景理论

前景理论是行为经济学的重要研究成果,该理论是一种描述性范式的决策模型,用价值函数和概率权重函数分别代替期望效用理论中的效用和概率,反映和描述决策者感知相对收益和损失的心理行为,考虑人的有限理性对决策结果的影响,决策者根据方案的前景值大小选择决策方案,而前景值由价值函数和权重函数共同决定:

$$V = \sum_{i=1}^n v(\Delta x_i) \pi(s_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

式(4)中, V 是前景值; $\pi(s_i)$ 是权重函数,表征决策者面临收益和损失时的主观感知权重; $v(\Delta x_i)$ 是价值函数,表征决策者的主观感受; $\Delta x_i = x_i - x_0$ 衡量当前实际财富值与决策者心理参考点的偏差,其中, x_0 是决策者的心理参考点,当 $\Delta x_i \geq 0$, 决策者将当前结果感知为收益,否则,感知为损失。在前景理论中,决策者参考点的选择非常重要,本文选择决策者对方案属性可承受的心理临界值作为参考点。

Kahneman 和 Tversky^[8]将价值函数定义为

$$v(\Delta x_i) = \begin{cases} (\Delta x_i)^\alpha, & \Delta x_i \geq 0 \\ -\theta(-\Delta x_i)^\beta, & \Delta x_i < 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, α, β ($0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$) 表示决策者对收益和损失的敏感程度, α, β 越大表示决策者对风险越敏感, θ ($\theta > 1$) 衡量损失厌恶程度,表示决策者相对于等量收益更为敏感。Kahneman 和 Tversky 通过大量的实验结果表明: $\alpha = \beta = 0.88, \theta = 2.25$ 符合现实情况。^[8]

决策者根据直觉判断信息时,往往偏离事件的真实权重 s_i 而形成个人主观权重 $\pi(s_i)$, Tversky 和 Kahneman^[9]给出的权重函数是

$$\pi(s_i) = \begin{cases} \frac{s_i^\gamma}{[s_i^\gamma + (1 - s_i^\gamma)]^{\frac{1}{\gamma}}}, & \Delta x_i \geq 0 \\ \frac{s_i^\delta}{[s_i^\delta + (1 - s_i^\delta)]^{\frac{1}{\delta}}}, & \Delta x_i < 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, γ, δ 表示决策者对收益和损失的态度, 决策者表现出高估小概率, 低估大概率特征, 大量实验证实 $\gamma = 0.61, \delta = 0.69$ 较为合适。

三、基于模拟植物生长算法的 群决策信息集结方法

如何最有效集结专家偏好信息达成群体一致性的偏好序是群决策研究的重中之重, 目前采用的群体信息集结方法主要是算数加权^[16]、有序加权平均算子^[20]和加权几何平均算子, 这些方法所得集结信息能够反映不同决策者的整体平均水平, 但从理论上讲, 这只是一种粗略的方法, 可能因忽略一些偏离平均水平的信息而出现偏差^[21], 信息集结方法的选择在某种程度上直接决定最终的决策结果, 因此, 完善现有的群体信息集结方法具有重要意义。

为最大化采纳各个决策者的偏好信息, 则希望集结信息与各决策者信息之间的距离之和越小越好, 决策者信息的利用程度越高越好。基于上述分析, 本文通过将各决策者方案综合前景值的区间数映射到二维平面坐标系中, 实现坐标系中的点与前景值区间数一一对应关系。在平面直角坐标系中, 根据最小二乘原理, 满足各决策者的前景值点坐标到某一点的距离之和最小的点, 才是严格意义上的代表所有决策者综合前景值的最优集结点, 为此, 利用最小欧式距离的思想构建信息集结的非线性规划模型:

$$g(V_i^{L*}, V_i^{U*}) = \sum_{k=1}^d w_k \sqrt{(V_i^{Lk} - V_i^{L*})^2 + (V_i^{Uk} - V_i^{U*})^2} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

其中, w_k 表示第 k 个决策者的权重, (V_i^{Lk}, V_i^{Uk}) 表示第 k 个决策者对第 i 个方案的综合前景值, (V_i^{L*}, V_i^{U*}) 表示第 i 个方案的所有决策者最优集结点。本文尝试运用具有较强稳定性、精确性和全局搜索能力的模拟植物生长算法求解该模型, 寻找到全局最优目标区间。在此基础上, 根据逆映射的关系, 最优集结点的坐标即为集结后的综合前景值区间数, 最后, 应用投影寻踪思想得到群体的决策方案。

模拟植物生长算法(Plant Growth Simulation Algorithm, PGSA)是李彤教授于2005年提出的算法体系^[22], 其主要特点是以植物的向光性理论为启发式准则, 将优化问题的解空间当作植物的生长环境, 模拟植物的向光性生长机理(植物的生长素浓度理论), 建立枝干在不同光线强度环境下的快速

生长演绎方式(L-系统), 它的理论核心是建立以生长规则为基础的植物系统演绎方式和以植物向光性理论为基础的概率生长模型, 两者结合所形成的优化模式, 是实现人工植物在优化问题解空间中从初始状态到完整形式终态(没有新的树枝生长)的过程, 其寻优路径的示意图如图1所示。目前, 该算法已经被国内外学者应用于组合优化、整数规划等基础研究以及水利、选址和物流等应用研究。李彤将 PGSA 与遗传算法、模拟退火算法、填充函数法等比较, 均取得了更优化的结果,^[23] 王淳等(2007)对比研究遗传算法、Tabu 搜索算法和 PGSA, 结果表明 PGSA 具有更高的精度和更快速地全局寻优能力。^[24] Beynon(2005)和 Liu 等(2015)研究在群决策问题中, 采用 PGSA 进行集结信息均取得良好的效果。^[21, 25]

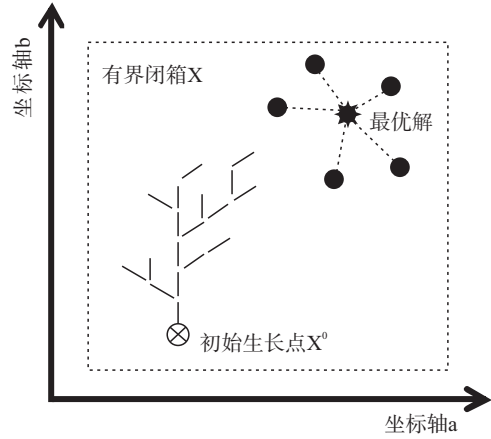


图1 模拟植物生长算法的寻优路径示意图

Fig. 1 Optimal Path Diagram of Plant Growth Simulation Algorithm

下面用数学模型表达模拟植物的生长演绎方式, 设 M 表示树干的长度, 树干上有 T 个生长点表示为 $S_M = (S_{M1}, S_{M2}, \dots, S_{MT})$, 每个生长点的形态素浓度值表示为 $P_M = (P_{M1}, P_{M2}, \dots, P_{MT})$; 设树枝单位长度 $m (m < M)$ 上的 r 个生长点表示为 $s_m = (s_{m1}, s_{m2}, \dots, s_{mr})$, 每个生长点各自的形态素浓度值为 $p_m = (p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{mr})$ 。计算树干与树枝上生长点形态素浓度值为

$$P_{M_i} = \frac{f(x_0) - f(S_{M_i})}{\sum_{i=1}^T (f(x_0) - f(S_{M_i})) + \sum_{j=1}^r (f(x_0) - f(S_{m_j}))} \quad (8)$$

$$P_{m_i} = \frac{f(x_0) - f(S_{m_i})}{\sum_{i=1}^T (f(x_0) - f(S_{M_i})) + \sum_{j=1}^r (f(x_0) - f(S_{m_j}))} \quad (9)$$

式中 x_0 表示为初始生长点, $f(x)$ 是生长点的

背光函数,且呈递减规律,函数值随光照强度的增大而减小。显然, $\sum_{i=1}^K p_{Mi} + \sum_{j=1}^q p_{mj} = 1$ 。然后可以建立植物的向光性机制,其算法描述为假设茎与枝上一共有 $K+1$ 个生长点,相应的形态素浓度为 $(p_1, p_2, \dots, p_{K+1})$ 。根据算法的随机性,之后会随机产生一个 $[0,1]$ 区间上的值,以此作为下一次的的生长点, T 和 r 的值随植物生长而变化,新生长点加入到原生长点的集合中,直到没有新的枝干生成为止。

对于信息集结问题,有其特有的寻优机理,将植物的全局生长空间看成有限空间(有界闭箱),光源看成全局最优解,寻优的过程是不断向着光源的方向搜索,从理论上说,当生长点到达光源的位置时,搜索最优解的过程停止。王淳等(2007)总结了 PGSA 的优点,一方面,该算法将目标函数和约束条件分开处理,不需要编码和解码,这不仅避免计算过程中构造新的目标函数,而且增强了解的稳定性;另一方面,该算法具有一个由形态素浓度决定的方向性和随机性,具有比较理想的搜索机制,能够以最快的速度寻找到全局最优解。^[26]

定义相似的生长结构按照东、西、南、北四个方向,不停地产生新枝,设新枝的旋转角度是 90° ,将枝干长度设为 $l/1000$, l 为有界闭箱的长度。模拟植物生长算法的迭代步骤如下:

步骤 1: 确定初始生长点 $x^0 \in X$, 其中 X 是有界闭箱, $x = (x_1, x_2, \dots, x_i)$ 是闭箱中的向量,令 $X_{\min} = x^0, F_{\min} = f(x^0)$ 。

步骤 2: 过点 x^0 做平行于坐标轴的直线段,得出 $a_1 \leq x_1^0 \leq b_1, a_2 \leq x_2^0 \leq b_2, \dots, a_t \leq x_t^0 \leq b_t$ 作为生长新枝,在 l 中搜索 S_{i_1, j_1}^0 ($1 \leq i_1 \leq t, 1 \leq j_1 \leq k_1$), 其中 S_{i_1, j_1}^0 是第 i_1 个枝条上的第 j_1 个生长点。

步骤 3: 比较 $f(S_{i_1, j_1}^0)$ 和 F_{\min} , 如果 $f(S_{i_1, j_1}^0) \leq F_{\min}$, 那么 $X_{\min} = S_{i_1, j_1}^0, F_{\min} = f(S_{i_1, j_1}^0)$; 否则, 保持 X_{\min} 和 F_{\min} 不变。

步骤 4: 如果 $F_{\min} \leq f(S_{i_1, j_1}^0)$, 那么该生长点的生长素浓度是 $P_{S_{i_1, j_1}^0} = 0$; 否则, 计算 $P_{S_{i_1, j_1}^0}$:

$$P_{S_{i_1, j_1}^0} = \frac{f(x^0) - f(S_{i_1, j_1}^0)}{\sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_1} [f(x^0) - f(S_{i_1, j_1}^0)]} \quad (10)$$

步骤 5: 将所有生长点的生长素浓度建立一个 $[0,1]$ 的区间。假设 δ_0 表示该区间上的随机数, 则

$$\sum_{i_1=1}^{r_1} \sum_{j_1=1}^{t_1-1} P_{S_{i_1, j_1}^0} < \delta_0 \leq \sum_{i_1=1}^{r_1} \sum_{j_1=1}^{t_1} P_{S_{i_1, j_1}^0} \quad (11)$$

那么选择 S_{r_1, t_1}^0 为新生长点, 同时 $x^1 = S_{r_1, t_1}^0, X_{\min} = x^1, F_{\min} = f(x^1)$ 。

步骤 6: 过点 x^1 做平行于坐标轴的直线段, 得出 $a_1 \leq x_1^1 \leq b_1, a_2 \leq x_2^1 \leq b_2, \dots, a_t \leq x_t^1 \leq b_t$ 作为新枝, 在 l 中搜索 S_{i_2, j_2}^1 ($1 \leq i_2 \leq t, 1 \leq j_2 \leq k_1$)。

步骤 7: 比较 $f(S_{i_2, j_2}^1)$ 和 F_{\min} , 如果 $f(S_{i_2, j_2}^1) \leq F_{\min}$, 则 $X_{\min} = S_{i_2, j_2}^1, F_{\min} = f(S_{i_2, j_2}^1)$; 否则, 保持 X_{\min} 和 F_{\min} 不变。

步骤 8: 计算 $P_{S_{i_1, j_1}^0}$ 和 $P_{S_{i_2, j_2}^1}$, 如果 $f(x^0) \leq f(S_{i_1, j_1}^0)$, 那么 $P_{S_{i_1, j_1}^0} = 0$; 否则, 计算如下:

$$P_{S_{i_1, j_1}^0} = \frac{f(x^0) - f(S_{i_1, j_1}^0)}{\sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_1} [f(x^0) - f(S_{i_1, j_1}^0)] + \sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_2} [f(x^0) - f(S_{i_2, j_2}^1)]} \quad (12)$$

如果 $f(x^0) \leq f(S_{i_2, j_2}^1)$, 那么 $P_{S_{i_2, j_2}^1} = 0$; 否则, 计算如下:

$$P_{S_{i_2, j_2}^1} = \frac{f(x^0) - f(S_{i_2, j_2}^1)}{\sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_1} [f(x^0) - f(S_{i_1, j_1}^0)] + \sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_2} [f(x^0) - f(S_{i_2, j_2}^1)]} \quad (13)$$

步骤 9: 将所有生长点的生长素浓度建立一个 $[0,1]$ 的区间。假设 δ_1 表示该区间上的随机数, 那么

$$\sum_{i_1=1}^{r_2} \sum_{j_1=1}^{t_2-1} P_{S_{i_1, j_1}^0} < \delta_1 \leq \sum_{i_1=1}^{r_2} \sum_{j_1=1}^{t_2} P_{S_{i_1, j_1}^0} \quad (14)$$

则选择 S_{r_1, t_1}^0 为新生长点, 同时 $x^2 = S_{r_1, t_1}^0, X_{\min} = x^2, F_{\min} = f(x^2)$, 否则:

$$\sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_1} P_{S_{i_1, j_1}^0} + \sum_{i_1=1}^{r_2} \sum_{j_1=1}^{t_2-1} P_{S_{i_2, j_2}^1} < \delta_1 \leq \sum_{i_1=1}^t \sum_{j_1=1}^{k_1} P_{S_{i_1, j_1}^0} + \sum_{i_1=1}^{r_2} \sum_{j_1=1}^{t_2} P_{S_{i_2, j_2}^1} \quad (15)$$

则选择 S_{r_2, t_2}^1 为新生长点, 同时 $x^2 = S_{r_1, t_1}^0, X_{\min} = x^2, F_{\min} = f(x^2)$ 。

步骤 10: 重复步骤 6 至步骤 9, 直到 F_{\min} 保持不变。 $x^* = X_{\min}$ 则是全局最优解, 迭代停止。

四、基于前景理论的群体最优集结

(一) 问题描述

在某一多属性群决策问题中, 邀请 d 位决策者 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_d\}$, ($d \geq 2$) 参与群体决策, 为便于后续研究, 本文采用如下数学符号:

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m\}$: 有限个离散的可方案集, 其中 x_i 代表第 i 个方案。

$C = \{c_1, c_2, \dots, c_j, \dots, c_n\}$: 有限个离散的方案属性集, 其中 c_j 代表方案的第 j 个属性。

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_n\}$: 对应各属性的权重向量, 第 j 个属性权重为区间数 $s_j = [s_j^L, s_j^U]$, 且满足: $0 \leq s_j^L \leq s_j^U \leq 1, \sum_{j=1}^n s_j^L \leq 1, \sum_{j=1}^n s_j^U \geq 1, \sum_{j=1}^n s_j = 1$ 。

$W = \{w_1, w_2, \dots, w_k, \dots, w_d\}$: 对应 d 位决策者的权重向量, 其中 w_k 代表第 k 个决策者权重, 且满足 $\sum_{k=1}^d w_k = 1$ 。

$P^k = [p_{ij}^k]_{m \times n}$: 第 k 个决策者对于方案 x_i 在属性 c_j 下的偏好信息矩阵, 偏好信息以区间数形式表达 $p_{ij}^k = [p_{ij}^{Lk}, p_{ij}^{Uk}]$ 。

$Q^k = [q_{ij}^k]_{1 \times n}$: 第 k 个决策者关于各属性的心理可承受临界值向量, 向量中的元素仍以区间数的形式表达 $q_{ij}^k = [q_{ij}^{Lk}, q_{ij}^{Uk}]$ 。

本文探讨在多属性群决策问题中, 如何基于前景理论以及信息集结方法选出最佳决策方案。

(二) 决策步骤

针对上述问题, 本文给出的决策步骤如下:

步骤 1: 确定各决策者的方案价值函数矩阵。

在前景理论中, 价值判断是根据结果偏离心理参考点的差距, 决策者在决策时根据心理参考点衡量“收益”或“损失”, 本文以决策者对方案属性可承受的心理临界值作为心理参考点。决策者的属性值 $p_{ij}^k = [p_{ij}^{Lk}, p_{ij}^{Uk}]$ 和心理临界值 $q_{ij}^k = [q_{ij}^{Lk}, q_{ij}^{Uk}]$ 均为区间数形式, 则根据定义 3 中区间数的可能度进行判断。针对效益型属性, 当决策者给出的属性值不低于心理临界值时, 即 $p_{ij}^k \geq q_{ij}^k$, 决策者心理感知为收益, 反之, $p_{ij}^k < q_{ij}^k$, 决策者心理感知为损失; 针对成本型属性, 当决策者给出的属性值不超过心理临界值时, 即 $p_{ij}^k \leq q_{ij}^k$, 决策者心理感知为收益, 反之, $p_{ij}^k > q_{ij}^k$, 决策者心理感知为损失。

根据定义 2 和公式 (5), 可得方案的价值函数为效益型属性:

$$v_{ij}^k = \begin{cases} (d(p_{ij}^k, q_{ij}^k))^{\alpha}, & p_{ij}^k \geq q_{ij}^k \\ -\theta(-d(p_{ij}^k, q_{ij}^k))^{\beta}, & p_{ij}^k < q_{ij}^k \end{cases} \quad (16)$$

成本型属性:

$$v_{ij}^k = \begin{cases} (d(p_{ij}^k, q_{ij}^k))^{\alpha}, & p_{ij}^k < q_{ij}^k \\ -\theta(-d(p_{ij}^k, q_{ij}^k))^{\beta}, & p_{ij}^k \geq q_{ij}^k \end{cases} \quad (17)$$

从而得到各决策者的方案价值函数矩阵 $v = (v_{ij}^k)_{m \times n}$, 其中 v_{ij}^k 为确定实数。

步骤 2: 确定各决策者的方案综合前景值向量。

为消除不同量纲之间的差异性, 需对各决策者的方案价值函数矩阵进行规范化处理, 得 $\bar{v} =$

$$(\bar{v}_{ij}^k)_{m \times n}, \text{ 其中, } \bar{v}_{ij}^k = \frac{v_{ij}^k}{\max_i \{ |v_{ij}^k| \}}。$$

对于各属性的权重向量 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_j, \dots, s_n\}$, 第 j 个属性权重为区间数 $s_j = [s_j^L, s_j^U]$, 根据判断的收益或损失, 由公式 (6) 得到决策者对各个属性的主客观权重:

$$\pi(s_j) = [\pi(s_j^L), \pi(s_j^U)] \quad (18)$$

由公式 (4)(16)(17)(18), 计算各决策者的方案综合前景值:

$$\begin{cases} V_i^{Lk} = \sum_{j=1}^n \bar{v}_{ij}^k \pi(s_j^L), & i = 1, 2, \dots, m; \\ V_i^{Uk} = \sum_{j=1}^n \bar{v}_{ij}^k \pi(s_j^U), & i = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (19)$$

故, 各决策者的方案综合前景值向量为

$$V^k = ([V_i^{Lk}, V_i^{Uk}])_{m \times 1}, k = 1, 2, \dots, d \quad (20)$$

步骤 3: 确定各决策者的权重。

方案的综合前景值越大对应的方案越优, 为满足群体信息最大化利用各决策者的信息进而保持决策结果的一致性, 那么方案前景值越大的决策者权重越大。基于此分析, 假设 $V^+ = ([V_i^{L(+)}, V_i^{U(+)})_{m \times 1}$ 是所有决策者中最优的方案综合前景值向量, 其中, $V_i^{L(+)} = \max_k V_i^{Lk}, V_i^{U(+)} = \max_k V_i^{Uk}, i = 1, 2, \dots, m$ 。假设 $V^- = ([V_i^{L(-)}, V_i^{U(-)}])_{m \times 1}$ 是所有决策者中最差的方案综合前景值向量, 其中, $V_i^{L(-)} = \min_k V_i^{Lk}, V_i^{U(-)} = \min_k V_i^{Uk}, i = 1, 2, \dots, m$ 。

定义 4: 越接近最优的方案综合前景值向量, 同时越远离最差的方案综合前景值向量, 该决策者的权重越大, 考虑 $C_k^* = \frac{d(V^k, V^+)}{d(V^k, V^+) + d(V^k, V^-)}$, 因此, 第 k 个决策者的权重是

$$w_k = \frac{C_k^*}{\sum_{k=1}^d C_k^*} \quad (21)$$

步骤 4: 决策者信息的集结及方案的排序。

在平面直角坐标系中, 将公式 (20) 中前景值区间数的上下限分别转化为坐标系中的横纵坐标, 形成一一对应关系, 即区间数转化为平面中的点, $[V_i^{Lk}, V_i^{Uk}] \rightarrow (V_i^{Lk}, V_i^{Uk}), k = 1, 2, \dots, d$ 。

采用模拟植物生长算法对各决策者的方案综合前景值向量进行加权集结, 得到群体最优集结向量 $V^* = ((V_i^{L*}, V_i^{U*}))_{m \times 1}$, 再应用投影寻踪思想得到群体的最优决策向量, 即平面中的点转化为区间数, $((V_i^{L*}, V_i^{U*}))_{m \times 1} \rightarrow ([V_i^{L*}, V_i^{U*}])_{m \times 1}$ 。最后, 根据公式 (3) 对 m 个区间数进行排序, 相应得出 m 个可行方案的决策排序, 基于前景理论的群体最优集结框架如图 2 所示。

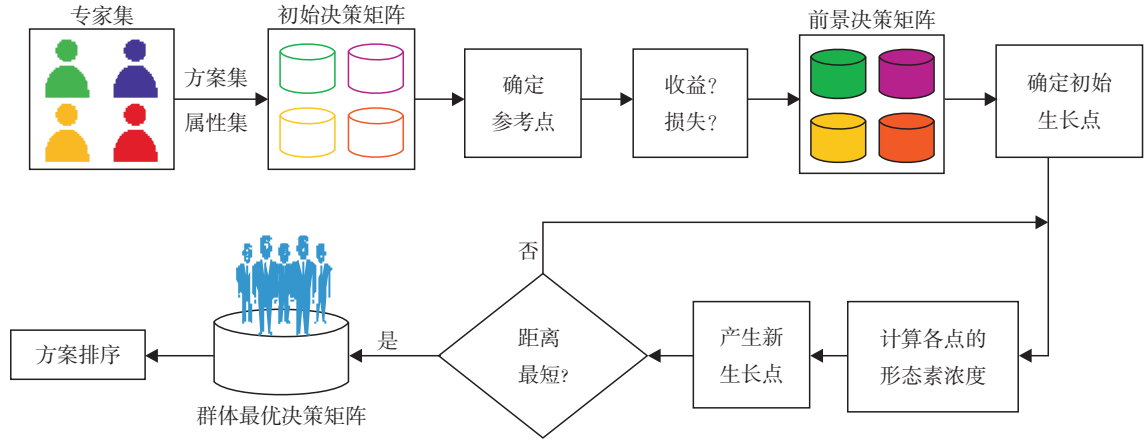


图 2 基于前景理论的群体最优集结框架

Fig. 2 Group Optimal Aggregation Framework Based on Prospect Theory

五、实例分析

本文选用文献[16]中的突发事件应急响应案例进行分析,某地区毒气泄漏导致周围居民感到身体不适,需要相关救援部门进行救援。对于该突发事件的人员营救问题,有 4 个应急部门联合决策,假设有 3 个考察因素(属性指标): u_1 为被感染地区人员不舒适, u_2 为挽救的生命数, u_3 为应急响应的成本。制定的可行方案有 4 个: x_1 为迅速躲进房间, x_2 为找到安全的位置躲避并立即关闭门窗, x_3 为撤离到邻近的区域, x_4 为撤离到较远的区域。各决策部门关于各方案属性的评价矩阵和各决策者关于各属性的心理可承受的临界值向量分别如下:

$$\begin{aligned}
 A^1 &= \begin{bmatrix} [7,8] & [2000,2500] & [10000,15000] \\ [6,7] & [2300,3000] & [15000,20000] \\ [6,6.7] & [2500,3000] & [18000,21000] \\ [6,6.5] & [2800,3200] & [20000,28000] \end{bmatrix}; \\
 A^2 &= \begin{bmatrix} [7.5,8.5] & [2000,2300] & [9000,13000] \\ [7,8] & [2300,2800] & [12000,18000] \\ [7,7.5] & [2500,3200] & [16000,22000] \\ [6.8,7.2] & [2800,3300] & [18000,25000] \end{bmatrix}; \\
 A^3 &= \begin{bmatrix} [6.5,7.2] & [2100,2500] & [11000,14000] \\ [6.3,6.7] & [2600,2800] & [13000,18000] \\ [6.2,6.5] & [2600,3000] & [17000,19000] \\ [6,6.5] & [2700,3100] & [20000,23000] \end{bmatrix}; \\
 A^4 &= \begin{bmatrix} [6.5,7.5] & [2200,2600] & [12000,15000] \\ [6.3,7.2] & [2500,2800] & [15000,18000] \\ [6.2,6.5] & [2700,3000] & [17000,20000] \\ [6,6.5] & [3200,3500] & [22000,25000] \end{bmatrix}。 \\
 G^1 &= [[6.5,7] \quad [2300,2500] \quad [15000,18000]]; \\
 G^2 &= [[7,7.3] \quad [2500,2800] \quad [16000,20000]]; \\
 G^3 &= [[6.5,7] \quad [2500,2800] \quad [17000,20000]]; \\
 G^4 &= [[6.3,6.5] \quad [2600,2900] \quad [18000,20000]]
 \end{aligned}$$

其中, u_2 为效益型属性, u_1 和 u_3 为成本型属性, 假设各指标的权重向量是 $S = \{[0.25, 0.4] [0.38, 0.5] [0.23, 0.36]\}$ 。

步骤 1: 根据评价矩阵和临界值向量, 依据公式(16)和(17), 得到各决策者的方案价值函数矩阵如下:

$$\begin{aligned}
 v^1 &= \begin{bmatrix} -1.7468 & -184.9877 & 1478.4709 \\ 0.2952 & 128.8805 & -982.1606 \\ 0.4465 & 173.2925 & -2582.5529 \\ 0.5434 & 278.4666 & -5784.1085 \end{bmatrix}; \\
 v^2 &= \begin{bmatrix} -1.9502 & -533.6741 & 2491.2808 \\ -0.8932 & -129.4740 & 1147.8013 \\ -0.2966 & 105.9025 & -982.1606 \\ 0.1883 & 194.9004 & -2957.7564 \end{bmatrix}; \\
 v^3 &= \begin{bmatrix} -0.2966 & -389.9082 & 2112.3851 \\ 0.2952 & 31.2675 & 1147.8013 \\ 0.4465 & 82.2168 & 237.1885 \\ 0.5434 & 128.8805 & -2582.5529 \end{bmatrix}; \\
 v^4 &= \begin{bmatrix} -1.4353 & -389.9082 & 1956.6771 \\ -0.8932 & -129.4740 & 977.6586 \\ 0.5434 & 57.5440 & 237.1885 \\ 0.1883 & 278.4666 & -3689.8570 \end{bmatrix}。
 \end{aligned}$$

步骤 2: 对决策者的方案价值函数矩阵进行规范化处理, 得到规范化后的矩阵, 限于篇幅, 在此略去详细计算结果。根据步骤 1 中判断的收益和损失, 由公式(6)计算决策者对各个属性的主观权重:

收益时的主观权重向量 $S' = \{[0.2907, 0.37][0.3599, 0.4206][0.2791, 0.3497]\}$;

损失时的主观权重向量 $S'' = \{[0.2934, 0.3917][0.3791, 0.4540][0.2793, 0.3664]\}$

由公式(19)得到各决策者的方案综合前景值向量, 如表 1 所示。

表 1 各决策者的综合前景值向量及计算结果

Tab. 1 Comprehensive Prospect Value Vector and Its Calculating Results of Decision Makers

V^1	V^2	V^3	V^4	V^+	V^-
$[-0.6039, -0.4740]$	$[-0.5597, -0.4443]$	$[-0.3818, -0.3110]$	$[-0.6603, -0.5246]$	$[-0.3818, -0.3110]$	$[-0.6603, -0.5246]$
$[0.1683, 0.1950]$	$[-0.1181, -0.2050]$	$[0.3108, 0.3901]$	$[-0.3019, -0.2346]$	$[0.3108, 0.3901]$	$[-0.3019, -0.2346]$
$[0.1736, 0.1927]$	$[-0.0978, -0.0660]$	$[0.3404, 0.4248]$	$[0.1811, 0.2246]$	$[0.3404, 0.4248]$	$[-0.0978, -0.0660]$
$[0.1693, 0.1710]$	$[-0.1771, -0.1198]$	$[0.1303, 0.1426]$	$[-0.0175, 0.0159]$	$[0.1693, 0.1710]$	$[-0.1771, -0.1198]$

步骤 3: 根据各决策者的方案综合前景值向量, 得出最优的方案综合前景值向量和最差的方案综合前景值向量 V^+ 和 V^- , 如表 1 所示。按照定义 4, 计算决策者的权重向量为

$$W = \{0.2704, 0.2032, 0.3978, 0.1286\}$$

步骤 4: 利用 MATLAB 软件实现模拟植物生长算法的信息集结, 求决策者的最优集结信息 V^* :

$$V^* = \left\{ \begin{array}{l} [-0.5953, -0.4696] \\ [-0.1996, -0.1419] \\ [0.1811, 0.2246] \\ [-0.0175, 0.0159] \end{array} \right\}$$

表 2 与文献[16]中集结信息与个体信息的距离之和对比

Tab. 2 Comparing with the Sum of Distance between Aggregated Information and Individual Information in Literature[16]

	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4
文献[16]	$d1 = 0.07823868$	$d1 = 0.37593145$	$d1 = 0.19845415$	$d1 = 0.12277135$
本文	$d2 = 0.0520$	$d2 = 0.1851$	$d2 = 0.0889$	$d2 = 0.0832$
距离比较	$d2 < d1$	$d2 < d1$	$d2 < d1$	$d2 < d1$
距离之差	$Vd = 0.02623868$	$Vd = 0.19083145$	$Vd = 0.10955415$	$Vd = 0.03957135$

通过对比分析, 本文方法具有以下特点:

第一, 本文所提的信息集结算法的结果更优。表 2 的结果表明, 采用模拟植物生长算法的信息集结能最小化与各决策者信息的偏离程度, 明显优于文献[16]中采用的加权算数平均算法。出现这种现象的原因是, 加权算数平均算法可以反映不同决策者的整体平均水平, 但是当某位决策者给出的偏好信息与其他决策者的偏好信息相差较大, 运用算数平均算法集结决策者的信息可能会忽略一些偏离平均水平的信息而出现偏差。本文所提的模拟植物生长算法是一种智能仿生类优化算法, 具有较强稳定性、精确性和全局搜索能力的优点, 该算法用 MATLAB 编程实现, 计算方便且快速, 集结结果的可信性更强。与传统的集结方法相比较, 能够最大程度地保证信息集结点与各决策者偏好信息的偏差之和最小。

第二, 本文采用区间数表示属性的权重。文献[16]中采用确定实数表达属性的权重, 其最终的综合前景值大多为正数, 这种不同结果可能是信息的

按照公式(3), 对四个区间数进行排序的结果是 $[0.1811, 0.2246] > [-0.0175, 0.0159] > [-0.1996, -0.1419] > [-0.5953, -0.4696]$

故最优方案是第三个方案: 撤离到邻近的区域。

本文的方法与文献[16]中所提方法得出的决策方案排序完全一致, 表明了本研究方法的有效性和可行性。

为了更好地说明本文方法与文献[16]中所提方法存在的区别, 针对各个方案, 根据集结信息到各决策者信息的距离之和, 得到对比分析情况如表 2 所示。

利用程度不同。由于决策中不同情景出现的概率不同, 各种结果的发生也呈现风险, 所以事先精确属性权重值不合理。可以看出, 在本文的整个决策模型计算中, 属性权重、前景值矩阵、集结的方案综合前景值都是以区间数表征, 因此, 可以最大限度地减少信息的缺失。同时, 在实际决策过程中, 决策者以区间数给出属性权重, 更符合行为人有限认知的特征。本文也为属性值和属性权重均为区间数, 决策者权重未知的多属性群决策问题提出了一种科学合理的决策方法。

六、结 论

本文研究了属性值和属性权重均为区间数的多属性群决策问题, 提出基于前景理论的群体最优集结算法, 并考虑了决策者在现实决策问题时不能事先准确给出准确属性权重的情况, 在采用区间数计算的过程中避免了传统方法可能丢失信息的现象。通过该算法可以获得距离各个决策者信息偏离度最小的集结信息, 运用 MATLAB 软件方便快捷地获

得最优结果,这也符合前景理论研究个体有限理性的特征。本研究通过实例与文献[16]的方法进行比较,表明该方法的可行性和合理性,为解决多属性群决策问题提供了一种新思路。

参考文献

- [1] HWANG C L, LIN M J. Group decision making under multiple criteria: methods and applications [M]. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1978.
- [2] 陈振颂,李廷来. 基于 ITFN 信息关联输入的改进群体 MULTIMOORA 决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(12): 3138—3156.
- [3] WU T, LIU X W. An interval type-2 fuzzy clustering solution for large-scale multiple-criteria group decision-making problems [J]. Knowledge-Based Systems, 2016(114): 118—127.
- [4] BAYRAM H, SAHIN R. A simulation based multi-attribute group decision making technique with decision constraints [J]. Applied Soft Computing, 2016(49): 629—640.
- [5] JOSHI D, KUMAR S. Interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Choquet integral based on TOPSIS method for multi-criteria group decision making [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 248(1): 183—191.
- [6] RAMOS G M, DAAMEN W, HOOGENDOORN S. A state-of-the-art review: developments in utility theory, prospect theory and regret theory to investigate travellers' behaviour in situations involving travel time uncertainty[J]. Transport Reviews, 2014, 34(1): 46—67.
- [7] SIMON H A. Effects of increased productivity upon the ratio of urban to rural population [J]. Econometrica, 1947, 15(1): 31—42.
- [8] KAHNEMAN D, TVERSKY A. Prospect theory: an analysis of decision under risk [J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263—292.
- [9] TVERSKY A, KAHNEMAN D. Advances in prospect-theory-cumulative representation of uncertainty [J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297—323.
- [10] 高建伟,刘慧晖,谷云东. 基于前景理论的区间直觉模糊多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(12): 3175—3181.
- [11] 李鹏,吴君民,朱建军. 基于新直觉模糊距离的随机决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(6): 1517—1524.
- [12] LIU Y, FAN Z P, ZHANG Y. Risk decision analysis in emergency response: a method based on cumulative prospect theory [J]. Computers & Operations Research, 2014, 42(2): 75—82.
- [13] QIN J D, LIU X W, PEDRYCZ W. An extended VIKOR method based on prospect theory for multiple attribute decision making under interval type-2 fuzzy environment[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 86(C): 116—130.
- [14] PENG X D, YANG Y. Algorithms for interval-valued fuzzy soft sets in stochastic multi-criteria decision making based on regret theory and prospect theory with combined weight [J]. Applied Soft Computing, 2017(54): 415—430.
- [15] FAN Z P, ZHANG X, CHEN F D, et al. Multiple attribute decision making considering aspiration-levels: A method based on prospect theory [J]. Computers & Industrial Engineering, 2013, 65(2): 341—350.
- [16] 闫书丽,刘思峰. 基于前景理论的群体灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(4): 673—678.
- [17] 杜元伟,段万春,缪彬. 基于前景理论的交互式群组风险决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(8): 1183—1189.
- [18] XU Z S. Dependent uncertain ordered weighted aggregation operators [J]. Information Fusion, 2008, 9(2): 310—316.
- [19] XU Z S, DA Q L. The uncertain OWA operator [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17(6): 569—575.
- [20] YAGER R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making [J]. IEEE Transactions on Systems Management & Cybernetics, 1988, 18(6): 183—190.
- [21] LIU W, LI L. An approach to determining the integrated weights of decision makers based on interval number group decision matrices [J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 90(C): 92—98.
- [22] 李彤,王春峰,王文波,等. 求解整数规划的一种仿生类全局优化算法—模拟植物生长算法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(1): 76—85.
- [23] 李彤. 模拟植物生长算法原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [24] 王淳,程浩忠. 基于模拟植物生长算法的配电网重构[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(19): 50—55.
- [25] BEYNON M J. A method of aggregation in DS/AHP for group decision-making with the non-equivalent importance of individuals in the group[J]. Computers and Operations Research, 2005, 32(7): 1881—1896.
- [26] 王淳,程浩忠. 模拟植物生长算法及其在输电网规划中的应用[J]. 电子系统自动化, 2007, 31(7): 24—28.

(责任编辑:蒋萍)

(下转第 128 页)